證明匈牙利演算法的正確性:

Theorem:

對所有matching M ，若M非最大的配對集，則存在一個M的增廣路徑。(相當於:若配對集M沒有增廣路徑，則配對集M是最大的)

Pf:

現在有一個比M更大的配對集M’。M’一定存在，因為M不是最大的配對集。

設在**M集合中但不在M’中的任意一個邊為e**

設在**M’集合中但不在M中的任意一個邊為e’**

現在考慮一張圖G，此張圖的每個點最多只能碰到一個e及一個e’，否則會違反**matching裡面的邊不能共用端點的規則**，因此圖G中每個點的Degree會是小於等於2。

此證明引用一個”事實”:

當每個點的Degree最大為2時，可以將圖G切割成cycle或path。

利用上面的”事實”，因此可以將圖G切割成cycle或path。

cycle的長度一定是偶數，否則會違反**matching裡面的邊不能共用端點的規則。**因為圖G中每個點最多只能碰到一個e及一個e’，因此cycle中的e及e’的個數相同。

由於**M’集合**比**M集合**大，因此**e’的個數**比**e的個數多**。因為cycle中的e及e’的個數相同，因此圖G中一定會有一條path Q存在，且此條path Q中**e’的個數**比**e的個數多。**

由於圖G中每個點最多只能碰到一個e及一個e’，且path Q中**e’的個數**比**e的個數多**，因此path Q中的兩端點A、B連到的邊一定都是e’，則此條**path Q**滿足增廣路徑的定義，因此**path Q**為一條增廣路徑。

證明**path Q**一定是一條增廣路徑:(反證法)

設**path Q**中的端點為A、B。

若A點能向外再延伸出一條邊連到新的端點C，則此條邊必存在M集合中，因為path Q中的兩端點向內連到的邊一定都是e’，而且圖G中每個點最多只能碰到一個e及一個e’。設此條為新的path R(端點是C、B)，矛盾(因為path Q的兩端點是A、B，與原假設不符)。同理可證明**path Q**中的另一個端點B。

